

Эконометрика — ФЭН, 2021 demo final

ФЭН

Эконометрика

2021

demo final

ЗАДАНИЕ 1

Пусть

$$D(X) = 4, \quad D(Y) = 8, \quad \text{cov}(X, Y) = -1.$$

Чему равна корреляция

$$\text{corr}(X - 2Y + 2021, 3X - 4Y - 2022)?$$

- A. 0.9917
- B. 0.01144
- C. 0.5917
- D. 0.7917
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 2

Пусть случайная величина X имеет стандартное нормальное распределение.

Чему равна точка c , для которой

$$P\{X > c\} = 0.1?$$

- A. 1.2816
- B. -1.2816
- C. 1.6449
- D. -1.6449
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 3

Пусть случайная величина X имеет t -распределение с тремя степенями свободы.

Чему равна точка c , для которой

$$P\{-c < X < c\} = 0.95?$$

- A. 3.1824
- B. 2.3534
- C. 1.6377
- D. 1.9600
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 4

По какой формуле может быть вычислена мощность статистического теста?

- A. $P\{\text{приняли } H_1 \mid \text{верна } H_1\}$
- B. $P\{\text{приняли } H_0 \mid \text{верна } H_1\}$
- C. $P\{\text{приняли } H_1 \mid \text{верна } H_0\}$
- D. $P\{\text{приняли } H_0 \mid \text{верна } H_0\}$
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 5

Пусть X, Y, Z — независимые стандартные нормальные случайные величины.

Какое распределение имеет случайная величина

$$\frac{2X^2}{Y^2 + Z^2}?$$

- A. $F(1, 2)$
- B. $F(2, 1)$
- C. $N(0, 1)$
- D. $t(2)$
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 6

Пусть задана регрессионная модель

$$Y_i = \beta x_i + \varepsilon_i.$$

Имеются наблюдения:

Y_i	x_i
1	1
4	2
4	3

Чему равна МНК-оценка параметра β ?

- A. $\hat{\beta} = 1.5$
- B. $\hat{\beta} = 1$
- C. $\hat{\beta} = 0.5$
- D. $\hat{\beta} = 2$
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 7

Пусть задана регрессионная модель

$$Y_i = \beta x_i + \varepsilon_i.$$

Имеются наблюдения:

Y_i	x_i
1	1
4	2
4	3

Чему равен вектор МНК-прогнозов \widehat{Y} ?

- A. $[1.5, 3.0, 4.5]^T$
- B. $[1, 2, 3]^T$
- C. $[0.5, 1.0, 1.5]^T$
- D. $[2, 4, 6]^T$
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 8

Пусть задана регрессионная модель

$$Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i.$$

Имеются наблюдения:

	Y_i	x_{i1}	x_{i2}
1	1	0	0
2	2	0	0
3	3	0	0
4	4	1	0
5	5	1	1

Чему равна сумма квадратов МНК-остатков RSS ?

- A. 2
- B. 1
- C. 8
- D. 4
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 9

Пусть задана регрессионная модель

$$Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i.$$

Имеются наблюдения:

Y_i	x_{i1}	x_{i2}
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	1	0
5	1	1

Чему равен коэффициент детерминации R^2 ?

- A. 0.8
- B. 0.9
- C. 0.2
- D. 0.6
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 10

Пусть задана регрессионная модель

$$Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i,$$

причём

$$\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \sim \text{iid}(0, \sigma^2).$$

Имеются наблюдения:

Y_i	x_{i1}	x_{i2}
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	1	0
5	1	1

Чему равна несмещённая оценка параметра σ^2 ?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 1.5
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 11

Пусть задана регрессионная модель

$$Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i,$$

причём

$$\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \sim \text{iid}(0, \sigma^2).$$

Дана матрица

$$\widehat{V}(\widehat{\beta}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Чему равна оценка дисперсии

$$\widehat{D}(-\widehat{\alpha} + \widehat{\beta}_1 + 2\widehat{\beta}_2)?$$

A. $\frac{19}{3}$

B. $\frac{17}{3}$

C. $\frac{13}{3}$

D. 3

E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 12

Пусть задана модель линейной регрессии

$$Y_t = \beta t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2,$$

в которой случайные ошибки удовлетворяют условиям

$$E[\varepsilon_t] = 0, \quad D(\varepsilon_t) = \sigma^2, \quad \text{cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t) = 0 \quad \text{при } s \neq t.$$

Рассматривается оценка неизвестного параметра β :

$$\tilde{\beta} = \frac{1 \cdot Y_1 + 2 \cdot Y_2}{1^2 + 2^2}.$$

Чему равно математическое ожидание оценки $\tilde{\beta}$?

- A. β
- B. 2β
- C. $\frac{5}{3}\beta$
- D. $\frac{3}{5}\beta$
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 13

Пусть задана модель линейной регрессии

$$Y_t = \beta t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2,$$

в которой случайные ошибки удовлетворяют условиям

$$E[\varepsilon_t] = 0, \quad D(\varepsilon_t) = \sigma^2, \quad \text{cov}(\varepsilon_s, \varepsilon_t) = 0 \quad \text{при } s \neq t.$$

Рассматривается оценка неизвестного параметра β :

$$\tilde{\beta} = \frac{1 \cdot Y_1 + 2 \cdot Y_2}{1^2 + 2^2}.$$

Чему равна дисперсия оценки $\tilde{\beta}$?

A. $\frac{\sigma^2}{5}$

B. $\frac{\sigma^2}{4}$

C. $\frac{\sigma^2}{3}$

D. $\frac{3\sigma^2}{5}$

E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 14

Рассматривается модель

$$Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i,$$

где

$$E[\varepsilon_i] = 0, \quad D(\varepsilon_i) = \sigma^2, \quad \text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad \text{при } i \neq j.$$

При каких значениях c_i несмещённая оценка

$$\tilde{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i (Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n c_i (x_i - \bar{x})}$$

имеет наименьшую дисперсию?

A. $c_i = x_i - \bar{x}$

B. $c_i = Y_i - \bar{Y}$

C. $c_i = 1$

D. $c_i = (x_i - \bar{x})^2$

E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 15

Рассматривается модель

$$Y_i = \beta x_i + \varepsilon_i,$$

где

$$E[\varepsilon_i] = 0, \quad D(\varepsilon_i) = \sigma^2, \quad \text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad \text{при } i \neq j.$$

При каком условии на параметры c_i оценка

$$\hat{\beta} = \sum_{i=1}^n c_i Y_i$$

окажется несмещённой?

- A. $\sum_{i=1}^n c_i x_i = 1$
- B. $\sum_{i=1}^n c_i x_i = 0$
- C. $\sum_{i=1}^n c_i = 1$
- D. $\sum_{i=1}^n c_i = 0$
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 16

Оценивается зависимость количества продаваемых чебуреков, qch , от цены чебуреков, pch , цены шаурмы, psh , и цены мороженого, $pmor$, в виде линейной регрессии

$$qch_i = \alpha + \beta_1 pch_i + \beta_2 psh_i + \beta_3 pmor_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Результаты оценивания:

Регрессионная статистика

Показатель	Значение
Множественный R	0.928
R^2	0.861
Нормированный R^2	0.837
Стандартная ошибка	15.270
Наблюдения	21

Дисперсионный анализ

Источник	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	3	24583.183	8194.394	35.142	0.000
Остаток	17	3964.055	233.180		
Итого	20	28547.238			

Оценки коэффициентов

Переменная	Коэффициент	Стандартная ошибка	t -статистика	P -значение
Константа	233.757	78.519	2.977	0.008
pch	-4.701	0.541	-8.683	0.000
psh	2.768	0.556	4.980	0.000

Переменная	Коэффициент	Стандартная ошибка	<i>t</i> -статистика	<i>P</i> -значение
<i>ptom</i>	1.420	2.258	0.629	0.538

На уровне значимости 5% укажите, какие переменные являются незначимыми.

- A. *ptom*
- B. *pch*, *psh*
- C. *pch*, *psh*, *ptom*
- D. Все переменные значимы
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 17

Используется та же модель и те же результаты оценивания:

$$qch_i = \alpha + \beta_1pch_i + \beta_2psh_i + \beta_3ptomor_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Регрессионная статистика

Показатель	Значение
Множественный R	0.928
R^2	0.861
Нормированный R^2	0.837
Стандартная ошибка	15.270
Наблюдения	21

Дисперсионный анализ

Источник	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	3	24583.183	8194.394	35.142	0.000
Остаток	17	3964.055	233.180		
Итого	20	28547.238			

Оценки коэффициентов

Переменная	Коэффициент	Стандартная ошибка	t -статистика	P -значение
Константа	233.757	78.519	2.977	0.008
pch	-4.701	0.541	-8.683	0.000
psh	2.768	0.556	4.980	0.000
$ptomor$	1.420	2.258	0.629	0.538

На уровне значимости 5% тестируется гипотеза

$$H_0 : \beta_1 = 0$$

против гипотезы

$$H_1 : \beta_1 < 0.$$

Укажите область, в которой гипотеза H_0 не отвергается.

- A. $[-1.7396; +\infty)$
- B. $[-2.1098; 2.1098]$
- C. $[-2.1098; +\infty)$
- D. $(-\infty; 1.7396]$
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 18

По 12 наблюдениям оценивается нормальная классическая регрессионная модель.

Получено уравнение

$$\widehat{Y} = 0.77 + 1.55x,$$

где стандартные ошибки равны

$$(0.22) \quad (0.88).$$

Чему равно P -value для коэффициента при переменной x ?

- A. 0.1087
- B. 0.0385
- C. 0.0074
- D. 0.1674
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 19

По 20 наблюдениям оценивается нормальная классическая регрессионная модель с четырьмя факторами и константой.

В тесте на значимость уравнения регрессии наблюдаемое значение статистики равно

$$T_{\text{набл}} = 2.96.$$

Чему равно соответствующее P -value?

- A. 0.0548
- B. 0.0385
- C. 0.0074
- D. 0.1674
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 20

По 20 наблюдениям оценивается нормальная классическая регрессионная модель с четырьмя факторами и константой.

В тесте на значимость уравнения регрессии P -value равно 0.25.

Чему равно соответствующее наблюдаемое значение тестовой статистики $T_{\text{набл}}$?

- A. 1.5071
- B. 0.4801
- C. 2.4938
- D. 1.4305
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 21

Рассматривается модель регрессии

$$Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i,$$

в которой ошибки $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ независимы и имеют нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2 .

Пусть

$$n = 24, \quad RSS = 10.$$

Постройте 95%-й двусторонний симметричный по вероятности доверительный интервал для параметра σ^2 .

- A. [0.2927; 1.0427]
- B. [0.3184; 0.9216]
- C. [0.5184; 0.9216]
- D. [0.2927; 1.2427]
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 22

Найдите МНК-оценку $\hat{\theta}$ в модели

$$Y_i = \frac{\theta + 1}{x_i} + \varepsilon_i.$$

A.

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{x_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2}} - 1$$

B.

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{x_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2}}$$

C.

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{x_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i^2}} + 1$$

D.

$$\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}}$$

E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 23

Рассматривается модель линейной регрессии

$$Y_i = \alpha + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

причём

$$\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n \sim \text{iid } N(0, \sigma^2 = 4).$$

Объём выборки составляет 20 наблюдений.

Тестируется гипотеза

$$H_0 : \alpha = 0$$

против гипотезы

$$H_1 : \alpha = 1.$$

Предлагается критерий:

$$\begin{cases} \bar{Y} \leq 0.5724 & \iff \text{принимаем } H_0, \\ \bar{Y} > 0.5724 & \iff \text{принимаем } H_1. \end{cases}$$

Найдите вероятность ошибки первого рода и мощность критерия.

- A. Вероятность ошибки первого рода равна 0.1, мощность равна 0.83
- B. Вероятность ошибки первого рода равна 0.1, мощность равна 0.87
- C. Вероятность ошибки первого рода равна 0.17, мощность равна 0.83
- D. Вероятность ошибки первого рода равна 0.13, мощность равна 0.87
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 24

Используя 200 наблюдений, исследователь оценил зависимость заработной платы индивидуума, $wage$, от уровня образования, edu , и возраста, age , в виде линейной регрессии

$$\widehat{wage} = 8531 + 5060 edu + 1012 age.$$

Затем исследователь решил провести тест на правильную спецификацию модели. Для этого он оценил вспомогательную регрессию

$$wage_i = \gamma + \delta_1 edu_i + \delta_2 age_i + \delta_3 \widehat{wage}_i^2 + u_i.$$

Какой тест собрался выполнить исследователь? Какова основная гипотеза в этом тесте?

- A. Тест Рамсея; $H_0 : \delta_3 = 0$
- B. Тест Рамсея; $H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$
- C. Тест Бокса–Кокса; $H_0 : \delta_3 = 0$
- D. Тест Чоу; $H_0 : \delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = 0$
- E. Нет правильного ответа.

ЗАДАНИЕ 25

На основе опроса 250 человек была оценена модель зависимости месячной зарплаты W от уровня образования Edu и возраста Age :

$$\widehat{\ln W} = 1.7 + 0.5Edu + 0.06Age - 0.0004Age^2.$$

Все переменные оказались значимыми.

Дайте экономическую интерпретацию коэффициента при переменной Edu .

- A. При увеличении продолжительности образования на 1 год зарплата в среднем увеличивается на 6%
- B. При увеличении продолжительности образования на 1 год зарплата в среднем увеличивается на 0.06%
- C. При увеличении продолжительности образования на 1 год зарплата в среднем увеличивается на 600 рублей
- D. При увеличении продолжительности образования на 1 год зарплата в среднем увеличивается на 0.6%
- E. Нет правильного ответа.