

@zachimimeno

 [Архив экзаменов прошлых лет](#)

Математический анализ 1 — Исслед. поток ФЭН, 2026 demo final

Исслед. поток ФЭН

Математический анализ 1

2026

demo final

ВАРИАНТ 1

Код исходного варианта: МА211.1.

Задача 1

Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow \pi/4} (\tan x)^{\tan 2x}.$$

Задача 2

Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\cos 4x} - \sqrt[3]{\cos 5x}}{1 - \cos 3x}.$$

Задача 3

Найдите все асимптоты графика функции

$$f(x) = x \operatorname{arccctg} \left(\frac{1}{x} \right).$$

Задача 4

Найдите все значения, которые функция

$$x^{1/x}, \quad x > 0,$$

принимает дважды.

В каких точках это значение равно $\sqrt{2}$?

Задача 5

Найдите производную в точке $(0, 0)$ функции

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$$

по направлению вектора $h = (1, 1)$.

Задача 6

В каких точках касательная плоскость к поверхности

$$xy + z^2 + xz = 5$$

параллельна плоскости

$$x - y + 2z = 0?$$

Задача 7

Существует ли дифференцируемое отображение, обратное для отображения

$$f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w),$$

где

$$u = \ln \left(\frac{x - z}{y} \right), \quad v = 2 \arctan \left(\frac{z - y}{x} \right), \quad w = xy,$$

в окрестности точки $(2, 1, 1)$?

Задача 8

Является ли функция $z(x, y)$, заданная неявно уравнением

$$2x^2 + 2y^2 + z^2 + 4xz - z - 8 = 0$$

и условием

$$z(0, 2) = 1,$$

выпуклой в окрестности точки $M_0 = (0, 2)$?

Задача 9

Найдите все экстремумы функции

$$z = e^{-x-2y} (x^2 - 4xy - 2y^2).$$

Задача 10

Найдите все экстремальные значения дифференцируемых функций $z(x, y)$, заданных неявно уравнением

$$z^3 + 2x^2 + 2xy - xz + y^2 + x + 2y + 1 = 0.$$

ВАРИАНТ 4

Код исходного варианта: MA211.4.

Задача 1

Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x + \ln x}{(x^2 - 1)^2}.$$

Задача 2

Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \ln \left(\cos \frac{2}{x} \right).$$

Задача 3

Найдите все асимптоты графика функции

$$f(x) = x^2 \ln \left(\frac{x+1}{x} \right).$$

Задача 4

Уравнение

$$3x^4 - 4x^3 + a = 0$$

имеет единственное решение x_0 .

Найдите x_0 и a .

Задача 5

Найдите производную функции

$$f(x, y, z) = xy - \frac{z}{y}$$

в точке $M = (2, 1, 2)$ по направлению градиента функции

$$V = xyz$$

в этой точке.

Задача 6

Найдите все точки поверхности

$$x^2 + y^2 - xy - z^2 - 27 = 0,$$

касательная плоскость в которых перпендикулярна прямой

$$x = -2y = -2z.$$

Задача 7

Существует ли дифференцируемое отображение, обратное для отображения

$$f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w),$$

где

$$u = \ln \left(x + \frac{1}{y} \right), \quad v = 4 \arctan \left(\frac{z}{x} \right), \quad w = xy,$$

в окрестности точки $(2, -1, 2)$?

Задача 8

Является ли функция $z(x, y)$, заданная неявно уравнением

$$x^2 + y^2 - z^2 - yz - zx - 2 = 0$$

и условием

$$z(1, 1) = -2,$$

выпуклой в окрестности точки $M_0 = (1, 1)$?

Задача 9

Найдите все экстремумы функции

$$f(x, y) = e^{x+2y} (2x^2 + 4xy + y^2).$$

Задача 10

Найдите все экстремальные значения дифференцируемых решений $z(x, y)$ уравнения

$$z^3 + 2x^2 - 2xy - 2xz + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0.$$

ВАРИАНТ 5

Код исходного варианта: MA211.5.

Задача 1

Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2}}{e^x}.$$

Задача 2

Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 4x + x^2) + \ln(1 - 4x + x^2)}{x^2}.$$

Задача 3

Найдите все асимптоты графика функции

$$f(x) = x^{3/2} \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right).$$

Задача 4

Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(x - a)^2(x + 5a) = a^8$$

имеет два различных решения.

Укажите эти решения.

Задача 5

Найдите все точки, в которых градиент функции

$$z = 3 \ln(x - y^{-3})$$

равен

$$\mathbf{i} + 3\mathbf{j}.$$

Задача 6

Найдите уравнение касательной плоскости к поверхности

$$z = xy,$$

перпендикулярной прямой

$$x = y = -2z.$$

Задача 7

Существует ли дифференцируемое отображение, обратное для отображения

$$f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w),$$

где

$$u = \ln \left(x + \frac{1}{y} \right), \quad v = \frac{z}{x}, \quad w = \frac{y}{z},$$

в окрестности точки $(1, 1, 2)$?

Задача 8

Является ли функция $z(x, y)$, заданная неявно уравнением

$$x^2 - 2y^2 + z^2 + yz - zx + 17 = 0$$

и условием

$$z(1, 3) = -2,$$

выпуклой в окрестности точки $M_0 = (1, 3)$?

Задача 9

Найдите все экстремумы функции

$$z = e^{-4x+2y} (x^2 - 4xy + 2y^2).$$

Задача 10

Найдите все экстремальные значения дифференцируемых функций $z(x, y)$, заданных неявно уравнением

$$z^3 + x^2 + 2xy - 2xz + 2y^2 + 3 = 0.$$

ВАРИАНТ 26

Код исходного варианта: MA211.26.

Задача 1

Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \ln x}.$$

Задача 2

Вычислите предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{\cos 4x} - \sqrt[3]{\cos 5x}}{1 - \cos 3x}.$$

Задача 3

Найдите все асимптоты графика функции

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 3} - x.$$

Задача 4

Уравнение

$$3x^4 - 4x^3 + a = 0$$

имеет единственное решение x_0 .

Найдите x_0 и a .

Задача 5

Пусть матрица

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

является производной некоторой функции

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

в точке $(5, 6)$.

Найдите производную этой функции в данной точке по направлению вектора

$$P = (-1, 1).$$

Задача 6

Найдите все точки поверхности

$$x^2 + y^2 - xy - z^2 - 27 = 0,$$

касательная плоскость в которых перпендикулярна прямой

$$x = -2y = -2z.$$

Задача 7

Существует ли дифференцируемое отображение, обратное для отображения

$$f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w),$$

где

$$u = \ln \left(x + \frac{1}{y} \right), \quad v = 4 \arctan \left(\frac{z}{x} \right), \quad w = xy,$$

в окрестности точки $(2, -1, 2)$?

Задача 8

Является ли функция $z(x, y)$, заданная неявно уравнением

$$x^2 + y^2 - z^2 - yz - zx - 2 = 0$$

и условием

$$z(1, 1) = -2,$$

выпуклой в окрестности точки $M_0 = (1, 1)$?

Задача 9

Найдите все экстремумы функции

$$z = e^{x+y} (x^2 - 2xy - 2y^2).$$

Задача 10

Найдите все экстремальные значения дифференцируемых решений $z(x, y)$ уравнения

$$z^3 + 2x^2 - 2xy - 2xz + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0.$$