

@zachimimeno

 [Архив экзаменов прошлых лет](#)

Математический анализ 1 — Исслед. поток ФЭН, 2026 demo midterm

Исслед. поток ФЭН

Математический анализ 1

2026

demo midterm

ВАРИАНТ 8

Код исходного варианта: МА КР-2 211.8.

Задача 1

Найдите и изобразите на координатной плоскости область определения функции

$$z = \ln(x \ln(y - x)).$$

Является ли она открытым множеством?

Задача 2

Вычислите и изобразите на координатной плоскости вектор-градиент функции

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2 + 2x + 3y}{x^2 + y^2 + 6x + 5y}$$

в точке $(1, -2)$.

Нарисуйте линию уровня этой функции, проходящую через данную точку.

Задача 3

Исследуйте непрерывность и дифференцируемость в точке $(0, 0)$ функции

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^5 + y^5}{x^4 + x^2y^2 + y^4}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Задача 4

Изобразите кривую, заданную в полярной системе координат уравнением

$$\rho = \cos \varphi + \sin \varphi.$$

Задача 5

Напишите уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$z = 3 \ln \left(\frac{z}{4x - y} \right) + x^2 y z$$

в точке $(1, 1, 3)$.

Задача 6

Найдите $d^2 f(1; 1)$ для функции

$$f(x, y) = (2x - y) \ln \left(\frac{y}{x} \right).$$

Задача 7

Найдите якобиан отображения

$$\varphi : (x, y, z) \mapsto (u, v, w),$$

где

$$u = \ln(x - 2y - z), \quad v = \arctan(y + z), \quad w = xyz,$$

в точке $(2, 1, -1)$.

Задача 8

Найдите якобиан отображения $\varphi = g \circ f$ в точке M_0 , если

$$f : (x, y, z) \mapsto (u, v), \quad u = xyz, \quad v = x^2 + y^2 - z^2,$$
$$g : (u, v) \mapsto (p, q, r), \quad p = uv, \quad q = \frac{u}{v}, \quad r = \frac{u}{u^2 + v^2},$$

$$M_0 = (-1, 1, 1).$$

Задача 9

Найдите в точке

$$A(x, y, u, v) = A(-1, 1, 2, 2)$$

все частные производные первого порядка функций

$$u = f_1(x, y), \quad v = f_2(x, y),$$

заданных неявно системой

$$\begin{cases} x^3 u + yv = 0, \\ uv - xy = 5. \end{cases}$$

Задача 10

Запишите формулу Тейлора для функции

$$f(x, y) = e^{x-y}$$

в окрестности точки $(1, 1)$ в двух вариантах:

1. с многочленом Тейлора второго порядка и остаточным членом в форме Пеано;
2. с многочленом Тейлора первого порядка и остаточным членом в форме Лагранжа.

ВАРИАНТ 20

Код исходного варианта: МА КР-2 211.20.

Задача 1

Найдите и изобразите на координатной плоскости область определения функции

$$z = \sqrt{\frac{2x - x^2 - y^2}{y - x^2}}.$$

Является ли она открытым множеством?

Задача 2

Вычислите и изобразите на координатной плоскости вектор-градиент функции

$$f(x, y) = \frac{x + 2y + 4}{x^2 - y^2 - 5x - 2y}$$

в точке $(4, -2)$.

Нарисуйте линию уровня этой функции, проходящую через данную точку.

Задача 3

Исследуйте непрерывность и дифференцируемость в точке $(0, 0)$ функции

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Задача 4

Изобразите кривую, заданную в полярной системе координат уравнением

$$\rho = \cos \varphi + \sin \varphi.$$

Задача 5

Напишите уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$z = 3 \ln \left(\frac{z}{4x - y} \right) + x^2 y z$$

в точке $(1, 1, 3)$.

Задача 6

Найдите $d^2 f(1; 2)$ для функции

$$f(x, y) = \frac{\ln(y - x)}{x^2 - y}.$$

Задача 7

Найдите якобиан отображения

$$f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w),$$

где

$$u = x^2 \arctan(y + z), \quad v = \ln(x + y - z), \quad w = xyz,$$

в точке $(2, 1, -1)$.

Задача 8

Запишите матрицу производной отображения $\varphi = g \circ f$ в точке M_0 , если

$$f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w),$$

$$u = xy + z^2, \quad v = yz + x^2, \quad w = \frac{x}{y + z},$$

$$g : (u, v, w) \mapsto (p, q), \quad p = \frac{u}{v}, \quad q = w + u,$$

$$M_0 = (1, 2, -1).$$

Задача 9

Найдите в точке $(1, 1)$ частные производные первого и второго порядков неявной функции $z(x, y)$, заданной уравнением

$$x^2 z^3 - y^2 z + 2xy - 2 = 0$$

и условием

$$z(1, 1) = -1.$$

Задача 10

Запишите формулу Тейлора для функции

$$f(x, y) = e^{x-y}$$

в окрестности точки $(1, 1)$ в двух вариантах:

1. с многочленом Тейлора второго порядка и остаточным членом в форме Пеано;
2. с многочленом Тейлора первого порядка и остаточным членом в форме Лагранжа.

ВАРИАНТ 21

Код исходного варианта: МА КР-2 211.21.

Задача 1

Найдите и изобразите на координатной плоскости область определения функции

$$z = \ln \left(\frac{y - \sqrt{x}}{y - x} \right).$$

Является ли она открытым множеством?

Задача 2

Вычислите и изобразите на координатной плоскости вектор-градиент функции

$$f(x, y) = \frac{x + 2y + 4}{x^2 - y^2 - 5x - 2y}$$

в точке $(4, -2)$.

Нарисуйте линию уровня этой функции, проходящую через данную точку.

Задача 3

Исследуйте непрерывность и дифференцируемость в точке $(0, 0)$ функции

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y^2}{\sqrt{x^6 + y^6}}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Задача 4

Изобразите кривую, заданную в полярной системе координат уравнением

$$\rho = \sin \varphi - \cos \varphi.$$

Задача 5

Напишите уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$2 \ln \left(\frac{z + y}{x} \right) = \frac{xz}{y^2} - 6$$

в точке $(2, -1, 3)$.

Задача 6

Найдите $d^2 f(1; 2)$ для функции

$$f(x, y) = \frac{\ln(y - x)}{x^2 - y}.$$

Задача 7

Найдите якобиан отображения

$$f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w),$$

где

$$u = \ln\left(\frac{x}{y}\right), \quad v = \arctan\left(\frac{z}{x}\right), \quad w = yz,$$

в точке $(1, 2, -1)$.

Задача 8

Запишите матрицу производной отображения $\varphi = g \circ f$ в точке M_0 , если

$$f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w),$$

$$u = xy + z^2, \quad v = yz + x^2, \quad w = \frac{x}{y + z},$$

$$g : (u, v, w) \mapsto (p, q), \quad p = \frac{u}{v}, \quad q = w + u,$$

$$M_0 = (1, 2, -1).$$

Задача 9

Найдите в точке $(1, 1)$ частные производные первого и второго порядков неявной функции $z(x, y)$, заданной уравнением

$$x^2 z^3 - y^2 z + 2xy - 2 = 0$$

и условием

$$z(1, 1) = -1.$$

Задача 10

Запишите формулу Тейлора для функции

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y}$$

в окрестности точки $(3, -4)$ в двух вариантах:

1. с многочленом Тейлора второго порядка и остаточным членом в форме Пеано;
2. с многочленом Тейлора первого порядка и остаточным членом в форме Лагранжа.

ВАРИАНТ 26

Код исходного варианта: МА КР-2 211.26.

Задача 1

Найдите и изобразите на координатной плоскости область определения функции

$$z = \ln \left(\frac{x^2 + y^2 - x}{2x - x^2 - y^2} \right).$$

Является ли она открытым множеством?

Задача 2

Вычислите и изобразите на координатной плоскости вектор-градиент функции

$$f(x, y) = \frac{x + 2y + 4}{x^2 - y^2 - 5x - 2y}$$

в точке $(4, -2)$.

Нарисуйте линию уровня этой функции, проходящую через данную точку.

Задача 3

Исследуйте непрерывность и дифференцируемость в точке $(0, 0)$ функции

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Задача 4

Изобразите кривую, заданную в полярной системе координат уравнением

$$\rho = 1 + 2 \sin \varphi.$$

Задача 5

Напишите уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к поверхности

$$2 \ln \left(\frac{z + y}{x} \right) = \frac{xz}{y^2} - 6$$

в точке $(2, -1, 3)$.

Задача 6

Найдите $d^2 f(1; 2)$ для функции

$$f(x, y) = x^2 \ln(y - x).$$

Задача 7

Найдите якобиан отображения

$$f : (x, y, z) \mapsto (u, v, w),$$

где

$$u = \ln\left(\frac{x}{y}\right), \quad v = \arctan\left(\frac{z}{x}\right), \quad w = yz,$$

в точке $(1, 2, -1)$.

Задача 8

Запишите матрицу производной отображения $\varphi = g \circ f$ в точке M_0 , если

$$f : x \mapsto (u, v), \quad u = x^3, \quad v = \ln\left(\frac{1}{x}\right),$$

$$g : (u, v) \mapsto (p, q, r), \quad p = u^2 + v^2, \quad q = \ln(u + v), \quad r = v^3,$$

$$M_0 = 1.$$

Задача 9

Найдите в точке $(-2, 1)$ частные производные первого и второго порядков неявной функции $z(x, y)$, заданной уравнением

$$z^3 + xz + y^2 = 0$$

и условием

$$z(-2, 1) = 1.$$

Задача 10

Запишите формулу Тейлора для функции

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + 2y}$$

в окрестности точки $(3, -4)$ в двух вариантах:

1. с многочленом Тейлора второго порядка и остаточным членом в форме Пеано;
2. с многочленом Тейлора первого порядка и остаточным членом в форме Лагранжа.