

# Математический анализ 2 — Совбак ВШЭ и РЭШ, 2021 demo midterm

Совбак ВШЭ и РЭШ

Математический анализ 2

2021

demo midterm

## ЗАДАЧА 1

**10 баллов**

Найдите проекцию  $P$  точки

$$A(1, -1, -4)$$

на плоскость

$$\pi : 2x - 3y + 3z + 2 = 0.$$

## ЗАДАЧА 2

### 10 баллов

Найдите вектор-функцию, представляющую кривую пересечения цилиндра

$$\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{(y-8)^2}{81} = 1$$

и плоскости

$$4x + 4y + z - 114 = 0.$$

Проходит ли эта кривая через точку

$$A(9, 8, 46)?$$

Если да, то:

- (а) Найдите соответствующее значение  $t_0$  параметра  $t$  вектор-функции.
- (б) Найдите касательный вектор  $\vec{m}$  к кривой в точке  $A$ .
- (в) Найдите общее уравнение плоскости, ортогональной вектору  $\vec{m}$  и проходящей через точку  $A$ .

**ЗАДАЧА 3****10 баллов**

Пусть

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Докажите, что

$$f'_x(0, y) = -y,$$

$$f'_y(x, 0) = x,$$

$$f''_{xx}(0, 0) = -1,$$

$$f''_{yy}(0, 0) = 1.$$

**ЗАДАЧА 4****10 баллов**

Найдите

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z},$$

если

$$u = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{6}x^3(y + z) + \frac{1}{2}x^2yz + f(y - x, z - x),$$

где  $f$  — дифференцируемая функция.

**ЗАДАЧА 5****10 баллов**

Найдите точки локального экстремума функции

$$f(x, y) = \frac{1}{xy} - \frac{4}{x^2y} - \frac{8}{xy^2}.$$

**ЗАДАЧА 6****10 баллов**

Найдите длину дуги кривой

$$x = 3 \cos^4 t, \quad y = 3 \sin^4 t.$$