@zachemimenno Архив экзаменов прошлых лет

Микроэкономика 1 — Совбак ВШЭ и РЭШ, 2024 final

Совбак ВШЭ и РЭШ | Микроэкономика 1 | 2024 | final

ЗАДАЧА 1

16 баллов

Верны ли следующие утверждения? Начните решение со слов «Верно» или «Неверно». Докажите или приведите контрпример.

1. Предпочтения, задаваемые функцией полезности $U(X, Y) = X^2 + \sqrt{Y}$, являются строго выпуклыми.

2. Если точка (X^*, Y^*) является решением задачи потребителя, то $\mathrm{MRS}(X^*, Y^*) = \frac{p_X}{p_Y}$.

3. Агент, испытывающий отвращение к риску, не согласен играть ни в какую лотерею.

4. Если s и t — два равновесия Нэша в смешанных стратегиях, то любой профиль вида $\alpha s + (1 - \alpha)t$, где $\alpha \in (0, 1)$, тоже является равновесием Нэша в смешанных стратегиях.

ЗАДАЧА 2

19 баллов

Двум игрокам необходимо поделить между собой 1 доллар. Они решили, что будут по очереди делать предложения о том, как поделить эту сумму, но на процесс переговоров у них есть всего лишь два дня. То есть в первый день первый игрок предлагает поделить эту сумму, а второй игрок наблюдает предложенный выбор и либо соглашается, либо отказывается. Если второй игрок соглашается, то игра заканчивается. Если он отказывается, то на следующий день наступает его очередь предлагать дележ, а первый решает, соглашаться на такие условия или нет.

Оба игрока ценят свое время: во второй день любая сумма, полученная игроками, дисконтируется, умножаясь на $\delta \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$. В первый день дисконтирования нет. В случае, если за два дня договориться не получится, доллар испарится в воздухе, но оба игрока получат компенсацию в размере $\frac{1}{2\delta}$ доллара в конце второго дня. В этой задаче считайте, что когда игроку одинаково хороши несколько альтернатив, он выбирает наилучшую для оппонента. Найдите SPNE.

ЗАДАЧА 3

19 баллов

Рассмотрим задачу о соседях по комнате: нужно распределить шесть человек на несколько комнат так, чтобы в каждой комнате жило не более двух человек. Предпочтения людей на множестве соседей выглядят следующим образом:

$P(m_1)$	$w_3,\ w_2,\ m_1,\ w_1,\ m_2,\ m_3$
$P(m_2)$	$m_3,\ w_2,\ w_3,\ w_1,\ m_2,\ m_1$
$P(m_3)$	$m_1,\ m_2,\ w_3,\ w_1,\ m_3,\ w_2$
$P(w_1)$	$w_2,\ m_3,\ m_2,\ w_3,\ m_1,\ w_1$
$P(w_2)$	$m_3,\ w_1,\ m_2,\ w_2,\ w_3,\ m_1$
$P(w_3)$	$m_3,\ w_1,\ w_2,\ w_3,\ m_1,\ m_2$

Существует ли при таких предпочтениях стабильный мэтчинг?

ЗАДАЧА 4

19 баллов

Видные бизнесмены — Аристарх Матвеевич (A) и Платон Сидорович (P) — принимают решение о том, участвовать ли в предвыборной гонке за пост мэра города. Участие в гонке связано с расходами в размере $\delta > 0$ — бизнесменам придется отказываться от счетов в зарубежных банках, чтобы их зарегистрировали в качестве кандидатов на выборах.

Аналитики считают, что других сколько-нибудь значимых кандидатов на выборах не будет, а исход борьбы в случае участия обоих кандидатов решит то, сколько средств — c_A и c_P соответственно — они потратят на свою избирательную кампанию. Таким образом, множество всех возможных стратегий каждого игрока — отказаться от участия в выборах или согласиться на участие и выбрать неотрицательный уровень финансирования своей избирательной кампании. Кандидаты принимают решение об участии в выборах и уровне c_A и c_P независимо друг от друга.

Вероятность победы Аристарха Матвеевича в случае $c_A + c_P > 0$ равна

$$\pi_A(c_A, c_P) = \frac{c_A}{c_A + c_P},$$

а в случае $c_A + c_P = 0$ она равна $\frac{1}{2}$. Если один кандидат решит участвовать в кампании, а другой нет, то пошедший на выборы гарантированно станет мэром. Тот, кто отказывается от участия в кампании, получает полезность в размере 0 (остается «при своих»). Стоимость привлечения 1 рубля на свою избирательную кампанию равна 1,2 (другими словами, придется брать кредит под 20%). Победитель получит за время своей работы зарплаты и бонусы в размере 20 млн рублей. Полезность кандидата — это его математическое ожидание выигрыша минус все его расходы, связанные с избирательной кампанией.

Для любого значения $\delta > 0$ найдите все равновесия Нэша. При каких δ на выборы пойдет 0 кандитатов? А 1? А 2? Если применимо, изучите сравнительную статику по параметру δ.

ЗАДАЧА 5

27 баллов

Группа студентов совместного бакалавриата ВШЭ и РЭШ решает, где отметить окончание учебного года: в кафе (К), в городском парке (Г) или в боулинге (Б). Чтобы выбрать лучшую альтернативу, которая подойдет всем, они хотят провести голосование по правилу Борда: каждый записывает на листочке свои упорядоченные предпочтения, затем подсчитываются очки: первая в списке альтернатива получает 1 очко, вторая 0,5 очка и третья не получает ничего. Очки по всем альтернативам суммируются и альтернатива с наибольшим числом очков побеждает. Если несколько альтернатив получило одинаковое число очков, то выбирается та, которая идет первой по алфавиту.

Будем считать, что у каждого из студентов предпочтения строгие, полные и транзитивные. Предпочтения будем записывать в виде тройки букв, где первая буква соответствует самой предпочтительной альтернативе, вторая – второй, третья – третьей.

а) Известно, что в искреннем профиле следующее распределение предпочтений: БГК – n_1 агентов, БКГ – n_2 агентов, ГБК – n_3 агентов, ГКБ – n_4 агентов, КБГ – n_5 агентов, КГБ – n_6 агентов. Кроме того, известно, что в искреннем профиле выбирается альтернатива Б. Охарактеризуйте в виде совокупности условий на n_i, $i = 1, \dots, 6$, все возможные манипулируемые профили предпочтений. Для каждого случая опишите, кто может манипулировать и каким образом.

б) Пусть теперь в отличие от предыдущего пункта все не знают искренние предпочтения друг друга, но перед итоговым голосованием провели анонимный опрос (будем считать, что в опросе все говорили правду) и узнали, что если каждый будет говорить правду, то выбор будет Б. Остальные условия остались теми же, что и в пункте а). Так как теперь манипулирование связано с риском, будем считать, что студенты действуют аккуратно: если может существовать такая ситуация, совместимая с имеющейся информацией, что студент проигрывает от своего манипулирования, то он не будет манипулировать. Охарактеризуйте в виде совокупности условий на n_i, $i = 1, \dots, 6$, все возможные манипулируемые профили предпочтений. Для каждого случая опишите, кто может манипулировать и каким образом. (Считайте, что группа студентов достаточно большая и проблемой дискретности числа студентов при малых n можно пренебречь).

в) Рассмотрим условия пункта б), но пусть каждый студент считает себя еще умнее остальных и понимает, что другие могут думать так же, как и он и тоже манипулировать (если имеют стимулы), но он точно их умнее и может учитывать это поведение. Охарактеризуйте в виде совокупности условий на n_i, $i = 1, \ldots, 6$, все возможные манипулируемые профили предпочтений. Для каждого случая опишите, кто может манипулировать и каким образом. Стало ли таких ситуаций больше или меньше по сравнению с пунктом б)?

г) We need to go deeper! Обобщим ситуацию пункта в) и введем когнитивную иерархию. Пусть студент, который всегда говорит правду, будет студентом уровня 0. Если он думает, что все другие уровня 0, а он умнее, то назовем его студентом уровня 1 — случай пункта б). Он также может учитывать это и считать себя студентом уровня 2, предполагая, что все остальные студенты уровня 1 — случай пункта в). По аналогии, будем считать, что студент уровня k считает своих одногруппников уровня $k-1$. Обобщите результаты и охарактеризуйте манипулируемость на уровне иерархии k.

д) Too deep. Пусть студент думает, что он уже настолько ушел вперед, что теперь не так уверен в способностях своих одногруппников и считает, что если он уровня k, то остальные не выше $k-1$, но некоторые могут быть и ниже. Ответьте на вопрос пункта г) в этом случае.