Микроэкономика 1 — Совбак ВШЭ и РЭШ, 2025 final

Совбак ВШЭ и РЭШ | Микроэкономика 1 | 2025 | final

ЗАДАЧА 1

22 балла

Четыре преподавателя курса «Микроэкономика – 1» – ДГ, ДД, ДК, АК – предложили на экзамен 5 задач: ДД – две, а все остальные по одной. В вариант могут быть включены только 4 задачи. ДД, будучи лектором курса, обратился ко всем остальным с вопросом, не хочет ли кто-то отозвать свою задачу.

Отзывать свою задачу не очень-то хочется: гораздо проще проверять задачу, автором которой ты являешься, да и приятно, когда твоя задача стоит в варианте. Автор получает полезность $+3$ за каждую включенную в вариант свою задачу. Если ни одна задача не будет отозвана, то ДД придется убирать одну задачу из варианта; в этом случае ДД с помощью честной лотереи выкинет одну из задач (вероятность исключения каждой из 5 задач равна 20%). Автор убранной задачи не получит удовольствия от включения своей задачи в вариант и получит дополнительно обиду на судьбу в размере -5, а ДД дополнительно получит издержки в размере -2 из-за того, что пришлось заниматься исключением. Если же свои задачи уберут сразу несколько авторов, то вариант не будет составлен, и в этом случае все четыре преподавателя получат полезность -15.

а) (11 баллов) ДГ, ДК и АК одновременно и независимо друг от друга решают, отозвать свою задачу или нет. Формализуйте это стратегическое взаимодействие в виде игры в нормальной форме. Найдите все равновесия Нэша.

б) (11 баллов) ДГ, ДК и АК последовательно (в указанном порядке) принимают решения, отозвать свою задачу или нет. Формализуйте это стратегическое взаимодействие в виде игры в развернутой форме. Найдите все равновесия Нэша, совершенные на подыграх.

ЗАДАЧА 2

23 балла

Рассмотрим задачу о соседях по комнате: нужно распределить шесть человек на несколько комнат так, чтобы в каждой комнате жило не более двух человек. Предпочтения людей на множестве соседей выглядят следующим образом:

$P(1)$	$4 \succ 5 \succ 6 \succ 2 \succ 1 \succ 3$
$P(2)$	$6 \succ 5 \succ 4 \succ 1 \succ 2 \succ 3$
$P(3)$	$2 \succ 1 \succ 6 \succ 5 \succ 4 \succ 3$
$P(4)$	$3 \succ 6 \succ 5 \succ 2 \succ 1 \succ 4$
$P(5)$	$4 \succ 3 \succ 6 \succ 2 \succ 1 \succ 5$
$P(6)$	$5 \succ 4 \succ 3 \succ 2 \succ 1 \succ 6$

Существует ли при таких предпочтениях стабильный мэтчинг?

ЗАДАЧА 3

24 балла

Рассмотрим задачу выбора $n \geq 1$ агентами одной альтернативы из двух альтернатив a и b. Каждый агент имеет строгие предпочтения на множестве альтернатив a и b. Функцией общественного выбора называется функция, определенная на множестве всех профилей строгих предпочтений и принимающая в качестве значения одно из двух значений: a или b.

а) (4 балла) Сколько всего существует разных функций общественного выбора?

б) (4 балла) Сформулируйте определение манипулируемой функции общественного выбора.

в) (4 балла) Сформулируйте определение свойства положительной отзывчивости функции общественного выбора.

г) (12 баллов) Для каждой функции общественного выбора, удовлетворяющей свойству положительной отзывчивости, определите, манипулируема она или нет.

ЗАДАЧА 4

31 балл

Косатки охотятся на пингвинов группами из нескольких особей. Некоторые виды используют эхолокацию для координации. Рассмотрим популяцию из двух косаток: Зинаиды Михайловны (З) и Прасковьи Никитичны (П). Пусть косатка $i \in \{З, П\}$ в процессе охоты ловит следующее количество пингвинов:

$$x_i(e_i, e_j) = (1 + \beta e_j)e_i,$$

где:

- x_i — количество пингвинов, пойманных косаткой i;
- $e_i \in [0, 1]$ — доля дня, которую косатка i проводит на охоте;
- $e_j \in [0, 1]$ — доля дня, которую проводит на охоте вторая косатка;
- β — константа, отражающая эффект групповой охоты.

Пусть полезность косатки i измеряется в пингвинах и равна

$$u_i(e_i, e_j) = x_i - e_i^2,$$

где второе слагаемое отражает усталость от охоты. Цель каждой косатки — максимизация своей полезности. В пунктах а) и б) используйте формат ответа: при таких β такие-то равновесия, при других — другие.

а) (8 баллов) Пусть косатки неопытные и только мешают друг другу: $\beta < 0$. Предполагая, что косатки независимо принимают решения о времени охоты, найдите все равновесия по Нэшу при каждом значении $\beta < 0$.

б) (7 баллов) Пусть теперь эффект совместной охоты положителен: $\beta > 0$. Найдите все равновесия по Нэшу при каждом положительном β.

Далее считайте $\beta = \frac{1}{3}$.

в) (3 балла) Пусть Верховный совет косаток постановил, что данная территория, на которой охотятся косатки, будет принадлежать Зинаиде Михайловне, а она уже может установить плату F (в пингвинах) за право вылавливать пингвинов на этом участке. Найдите равновесные усилия и плату за вход F.

г) (3 балла) Пусть постановления Верховного совета косаток не было. З рассматривает вариант сделать П предложение $(e_З, e_П)$. Если П откажется, они возвращаются к статусу-кво — равновесию по Нэшу. А если П согласится, то они будут прикладывать усилия в соответствии с договором. Сформулируйте задачу на нахождение оптимального предложения, подставив все значения (то есть упростите, максимально избавившись в формулировке задачи от переменных). **(Решать задачу не нужно!)**

д) (2 балла) Пусть теперь З объявляет заранее своё $e_З$ и придерживается его. Сформулируйте задачу на нахождение оптимального $e_З$, подставив все значения (то есть упростите, максимально избавившись в формулировке задачи от переменных). **(Решать задачу не нужно!)**

е) (2 балла) Пусть обе косатки альтруистичны и придают вес $\gamma \in (0, 2)$ полезности второй косатки. Найдите равновесие Нэша.

ё) (6 баллов) Отобразите все решения из пунктов б)–е) на одном графике. Укажите, на пересечении каких кривых находится каждая точка. Точки не могут «висеть в воздухе». Подпишите все оси и координаты найденных точек из пунктов б), в), е). Пункт б) изобразить для $\beta = \frac{1}{3}$. В пункте е) изобразить решение для какой-то γ, при этом должно быть понятно, на каком отрезке γ лежит. При изображении пунктов г) и д), где вы только формулировали задачу, а не решали ее, можете игнорировать условие, что $e < 1$ (считайте, что решение внутреннее).