Микроэкономика 1 — Совбак ВШЭ и РЭШ, 2025 midterm

Совбак ВШЭ и РЭШ | Микроэкономика 1 | 2025 | midterm

ЗАДАЧА 1

25 баллов

Предпочтения $\succeq_1$ и $\succeq_2$ на $X = \mathbb{R}^2_+$ заданы соответственно функциями полезности:

$$U_1(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1 x_2, & \text{если } x_1 x_2 \leq 4, \\ 4, & \text{если } 4 \leq x_1 x_2 \leq 8, \\ x_1 x_2 - 4, & \text{если } 8 \leq x_1 x_2, \end{cases}$$

$$U_2(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1^2 + x_2^2, & \text{если } x_1^2 + x_2^2 \leq 4, \\ 4, & \text{если } 4 \leq x_1^2 + x_2^2,\ x_1 x_2 \leq 9, \\ x_1 x_2 - 5, & \text{если } 9 \leq x_1 x_2. \end{cases}$$

(а) (4 балла) Являются ли предпочтения $\succeq_1$ и $\succeq_2$ полными?

(б) (5 баллов) Являются ли предпочтения $\succeq_1$ и $\succeq_2$ (строго) выпуклыми?

(в) (5 баллов) Являются ли предпочтения $\succeq_1$ и $\succeq_2$ монотонными, слабо монотонными и локально ненасыщаемыми?

(г) (11 баллов) Нарисуйте предпочтения, которые являются выпуклыми, локально ненасыщаемыми, но не являются монотонными.

ЗАДАЧА 2

33 балла

Предпочтения агента на множестве альтернатив $X = \mathbb{R}^2_+$ описываются функцией полезности

$$u(x_1, x_2) = x_1 + x_1 x_2 + x_2.$$

(a) (5 баллов) Какими свойствами (монотонность, строгая монотонность, квазилинейность, выпуклость, строгая выпуклость) обладают данные предпочтения?

(b) (4 балла) Существуют ли такие цены на товары и доход агента, что будет потребляться только первое благо? А только второе благо?

(c) (12 баллов) Найдите спрос агента на товары и косвенную функцию полезности.

(d) (4 балла) Являются ли блага нормальными? Являются ли блага дополняющими (комплементами) или замещающими (субститутами) по отношению друг к другу?

(e) (4 балла) Постройте кривую Энгеля, $x_{l,\bar{p}}(w) = x_l(\bar{p}, w)$, для блага $l \in \{1, 2\}$ и кривую «доход-потребление», $\{x_{\bar{p}}(w) \mid w > 0\}$, для $\bar{p} = (1, 1)$;

(f) (4 балла) Постройте кривую спроса, $x_l(p_l) = x_l(p_l, \bar{p}_{-l}, \bar{w})$, для блага $l \in \{1, 2\}$ и кривую «цена-потребление», $\{x(p_l) \mid p_l > 0\}$ для $(\bar{p}_{-l}, \bar{w}) = (1, 1)$.

ЗАДАЧА 3

42 балла

Мало кто знает, но для того, чтобы стать агентом британской разведки МИ-6, нужно сдать на отлично курс Микроэкономики-6. Это нужно для того, чтобы при встречах на территориях иностранных государств агенты могли точно знать, что с ними встречается тоже сотрудник этой секретной службы, а не подставное лицо. Агенты проверяют друг друга, задавая вопросы по микроэкономике.

На одной из встреч к Джеймсу Бонду подошел человек в смокинге. Попивая мартини, Джеймс Бонд спросил предполагаемого коллегу: «А не подскажете ли Вы мне, застрахуется ли полностью агент-рискофоб с функцией полезности $u(x) = \sqrt{x}$, богатством 81, потерями 72, вероятностью потерь $\frac{1}{3}$ и стоимостью единицы страховки $\frac{7}{18}$, при условии, что ему не доступна опция частичной страховки».

На этот вопрос он получил следующий ответ: «Конечно, это простой вопрос! Еще на первом курсе на лекциях доказывается, что агент-рискофоб застрахуется полностью только в актуарно справедливых условиях. У нас как раз страховка актуарно не справедлива (стоимость единицы страховки больше вероятности потерь), поэтому он не будет страховаться полностью, а так как частичная страховка не доступна, то просто откажется страховаться».

Джеймс Бонд сразу понял, что перед ним подставной агент, и, допив мартини, выпрыгнул в окно (дело было на первом этаже) и скрылся на кабриолете.

(а) (5 баллов) В чем была ключевая ошибка в рассуждениях человека в смокинге?

(б) (5 баллов) Дайте правильный ответ на заданный Джеймсом Бондом вопрос. Четко объясните свои рассуждения.

(в) (5 баллов) Через пару дней на одном из приемов у крупного чиновника к Джеймсу Бонду подошла блондинка в длинном красном платье. Чтобы опять не нарваться на подставного агента, Джеймс решил задать ей следующий вопрос: «Подскажите, вот у меня сейчас 9 у.е. Мне предлагают все 9 у.е. вложить в проект, который принесет в хорошем случае (валовый доход) 16 у.е., а вот в плохом я потеряю t у.е., то есть валовый доход будет $9 - t$ у.е. Оба исхода равновероятны. Пусть я не могу вкладывать средства частично. При каких значениях t, мне, агенту с функцией полезности $u(x) = \sqrt{x}$, стоит вложить все свои деньги в этот проект?» Помогите блондинке в красном найти этот диапазон.

(г) (5 баллов) Удивленный правильным ответом, Джеймс решил задать дополнительный вопрос: «Пусть я могу вложить не все средства, но и получу тогда

пропорционально меньше. А при каких значениях t мне точно не стоит соглашаться вкладываться в этот проект даже частично?» Блондинке снова нужна ваша помощь.

(д) (5 баллов) Чтобы окончательно убедиться в том, что блондинка действительно знает микру, Бонд задал еще один вопрос: «Хорошо, пусть $t = 6$ и я могу вкладываться частично. Как мне найти оптимальный уровень вложений x в этот проект?» Просто составьте задачу — решать ее не нужно!

(е) (5 баллов) Бонд продолжил: «По правде сказать, с моими связями у меня есть возможность до разрешения неопределенности и до вложения точно узнать, будет проект успешен или нет. Конечно, это не бесплатно. Какую максимальную сумму s мне выгодно заплатить за эту информацию?» Опять же, просто составьте задачу — решать ее не нужно.

(ё) (12 баллов) Убедившись, что перед ним очередной профессионал в микро, Бонд протянул листок клетчатой бумаги. «Да, – добавил он – а теперь вы знаете, что делать: изобразите ответы на мои 4 предыдущих вопроса на одном графике в пространстве контингентных благ (то есть богатства в хорошем случае x_G и в плохом x_B):

- (в) множество доходов проектов (в зависимости от t), в которые я должен полностью вложиться;
- (г) множество доходов проектов (в зависимости от t), в которые я не должен вкладываться вообще;
- (д) оптимальный уровень вложений x;
- (е) максимальную сумму s покупки информации».

После этих слов он подмигнул и скрылся в толпе. Но блондинка знала, что он имел в виду: ей нужно правильно изобразить все кусочки и, наложив это на клетчатую карту, понять место будущей встречи. Помогите агентам продолжить свою миссию.