Микроэкономика 1 — Совбак ВШЭ и РЭШ, 2026 final

Совбак ВШЭ и РЭШ | Микроэкономика 1 | 2026 | final

Рисунки пока рендерятся в тестовом режиме и могут отличаться от исходных материалов.

ЗАДАЧА 1

«Блиц» (15 баллов)

1. Предпочтения агента Карабекяна на множестве наборов из двух альтернатив (X, Y) выпуклы и немонотонны. Нарисуйте на плоскости (X, Y) эскиз двух каких-нибудь кривых безразличия агента. На какой из двух кривых безразличия достигается больший уровень полезности агента и почему?

2. Предпочтения агента Карпова на множестве наборов из двух альтернатив (X, Y) невыпуклы и строго монотонны. Нарисуйте на плоскости (X, Y) эскиз двух каких-нибудь кривых безразличия агента. На какой из двух кривых безразличия достигается больший уровень полезности агента и почему?

3. Пять преподавателей курса «Микроэкономика – 1» решают, вставить ли задачу «Блиц» в итоговый вариант экзамена по курсу. Если все четыре семинариста за включение задачи, то она включается в вариант. Если лектор за включение задачи, то она включается в вариант. Если лектор безразличен между включением и невключением задачи в вариант, то для включения задачи нужно, чтобы было три голоса семинаристов в пользу включения. Во всех остальных случаях задача не включается в вариант. Исследуйте соответствующую этому механизму принятия решений функцию общественного выбора на свойства анонимности, нейтральности к альтернативам и положительной отзывчивости. Обоснуйте свой ответ: докажите выполнение свойства или приведите пример профиля, демонстрирующего его нарушение.

ЗАДАЧА 2

«Смешать и не отклоняться» (15 баллов)

Найдите все равновесия Нэша в смешанных стратегиях в игре

	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6
s_1	$5; 15$	$8; -1$	$0; -2$	$3; 9$	$4; -3$	$7; 3$
s_2	$7; 4$	$1; 8$	$9; 10$	$2; 5$	$6; 12$	$0; 7$

ЗАДАЧА 3

«Удивительное единогласие» (20 баллов)

Рассмотрим задачу агрегирования предпочтений $n \geqslant 1$ агентов на множестве $k \geqslant 3$ альтернатив. Предпочтения всех агентов и общественные предпочтения рациональны. Рассмотрим предпочтения специального вида:

$$P_i = i \succ i+1 \succ i+2 \succ \ldots \succ k \succ 1 \succ 2 \succ \ldots \succ i-1,$$

где $i = 1, \ldots, n$. Будем называть профилями Кондорсе профили предпочтений, в которых каждый агент имеет одни из предпочтений P_i, $i \in \{1, \ldots, n\}$. Про функцию общественного выбора f известно, что она обладает свойством единогласия.

1. Докажите, что $f(P_1, \ldots, P_1) = P_1$

2. Докажите, что если профиль предпочтений Кондорсе $(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ таков, что $f(\succ_1, \ldots, \succ_n) = P_1$, то в этом профиле $(\succ_1, \ldots, \succ_n)$ хотя бы один агент имеет предпочтения P_1.

3. Верно ли, что функция общественного выбора f обязательно обладает свойством независимости от посторонних альтернатив?

ЗАДАЧА 4

«Прикладываем усилия» (25 баллов)

На далёком острове живут два индивида F и R, которые принимают решение об уровне прикладываемых усилий для выживания и улучшения жизни на острове. Функция полезности каждого индивида i задана как

$$u_i(x_i, x_j) = \min(20x_j - 2;\ 5x_j + 4) \cdot x_i - 5x_i^2,$$

где $x_i \in [0, 1]$ — это уровень усилий индивида $i \in \{F, R\}$, а $x_j \in [0, 1]$ – уровень усилий другого индивида.

1. Найдите все равновесия Нэша в чистых стратегиях, если индивиды принимают решения одновременно. Изобразите в координатной плоскости (x_F, x_R) оптимальные ответы каждого игрока для каждого возможного усилия второго игрока $x_F^*(x_R)$, $x_R^*(x_F)$, а также найденные вами равновесия. Нарисуйте этот график большим и аккуратным (он ещё пригодится).

2. У вас должно было получиться, что среди равновесий есть ровно одно равновесие вида (x_F^0, x_R^0), где $0 < x_F^0 \leq x_R^0 < 0.5$. Предположим, вместо того, чтобы играть x_F^0, игрок F ненамного отклонился от этого равновесия, скажем, выбрал $x_F^1 = x_F^0 + 0.1$. Найдите оптимальный ответ игрока R: $x_R^1 = x_R^*(x_F^1)$, как если бы он мог пронаблюдать отклонение игрока F и затем поменять решение. Затем найдите оптимальный ответ игрока F на это отклонение $x_F^2 = x_F^*(x_R^1)$, как если бы он мог поменять решение уже после того, как его поменял игрок R. Изобразите x_F^1, x_R^1, x_F^2 на графике из пункта 1.

3. К чему сойдутся последовательности $\{x_F^n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{x_R^n\}_{n=1}^{\infty}$, если продолжить данную логику до бесконечности (достаточно сформулировать гипотезу)? Как это будет выглядеть на графике? Будет ли верен аналогичный результат для произвольного другого изначального небольшого отклонения, не обязательно в бОльшую сторону (достаточно сформулировать гипотезу)?

   Общую формулу x_F^n, x_R^n выводить не нужно. Строго доказывать сходимость тоже не нужно.

4. У вас должно было получиться, что среди равновесий есть ровно одно равновесие вида (x_F^0, x_R^0), где $0.5 < x_F^0 \leq x_R^0 < 1$. Повторите пункт 3 для этого

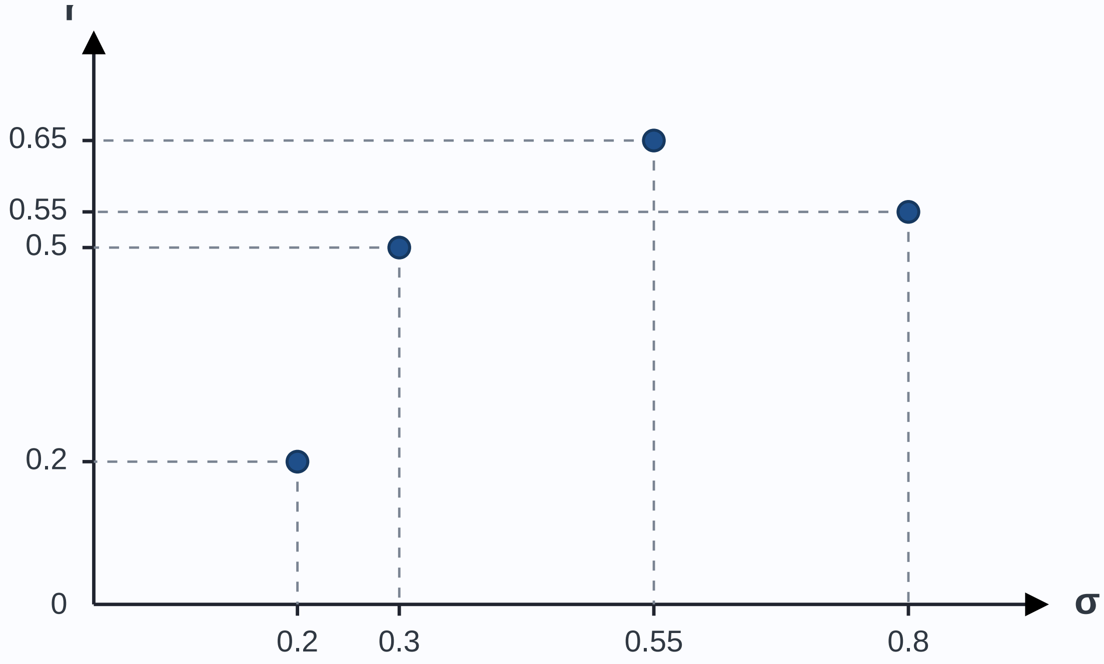
равновесия. В чем фундаментальное различие между картинками для двух данных равновесий?

5. Для каждого из остальных равновесий определите, будут ли аналогичная картинка и поведение последовательностей $\{x_F^n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{x_R^n\}_{n=1}^{\infty}$ больше похожи на пункт 3 или на пункт 4.

ЗАДАЧА 5

«Минибарные инвестиции» (25 баллов)

Вы – начинающий инвестор, который хочет вложиться в активы разных минибаров отелей Москвы. Есть 4 отеля, минибары которых предоставляют разную годовую доходность. Активы данных четырех отелей, их матожидание доходности (r) и стандартные отклонения доходности (σ) отображены на рисунке ниже:



Доходность и риск четырёх активов минибаров

1. Покажите схематически на рисунке, какие точки (σ, r) можно получить, если в портфель можно включить не более двух изначальных активов (точные расчеты не нужны). Выделите на графике схематично эффективную границу: множество точек (портфелей), для каждой из которых невозможно найти другой портфель с более высокой доходностью и таким же или меньшим риском. Говоря иначе, для каждого возможного уровня риска она должна показывать наилучший с точки зрения доходности портфель.

2. В этом и дальнейших пунктах предположите, что все возможные линейные комбинации двух портфелей в координатах (σ, r) являются отрезками. Проиллюстрируйте графически в координатах (σ, r) множество всех возможных

рыночных портфелей, которые можно получить, комбинируя всевозможными способами изначальные 4 актива.

Перейдем к портфельной оптимизации. Вы являетесь инвестором с функцией полезности

$$U(P) = r_P - \frac{\gamma}{2}\sigma_P^2,$$

которая зависит от доходности и дисперсии портфеля P.

3. Прокомментируйте смысл коэффициента γ с точки зрения экономической интуиции.

4. На множестве возможных портфелей из пункта 2 найдите оптимальный портфель для инвестора. Проиллюстрируйте оптимум графически.

Вы находите отель в центре столицы с доходностью активов минибара $r_f > 0$. При этом постояльцы отеля предъявляют настолько стабильный спрос на минибары, что дисперсия доходности $\sigma_f = 0$. В этот безрисковый актив (σ_f, r_f) вы тоже можете вкладываться.

5. Найдите такой портфель из найденного в пункте 2 множества портфелей, который в комбинации с безрисковым активом максимально расширяет доступное множество (σ, r).

6. Допустим, что $r_f = 0.6$ и $\gamma = 1.4$. Какой в итоге портфель из минибаров вы соберете (безрисковый актив тоже можно использовать)? В какой пропорции вы будете покупать данные 5 активов?