

Теория вероятностей и математическая статистика — Совбак ВШЭ и РЭШ, 2026 final

Совбак ВШЭ и РЭШ

Теория вероятностей и математическая статистика

2026

final

ЗАДАЧА 1

25 баллов

Генеральная совокупность X имеет плотность распределения

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}, & \theta = 0, \\ \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2}, & \theta = 1. \end{cases}$$

Параметр θ принимает только два значения:

$$\Theta = \{0, 1\}.$$

Дана выборка

$$X_1, \dots, X_n.$$

Найдите оценку максимального правдоподобия

$$\hat{\theta}_{\text{ML}}$$

параметра θ .

ЗАДАЧА 2

20 баллов

В двух округах большого города был проведён опрос по поводу использования электросамокатов.

Из 200 опрошенных в первом округе 100 человек высказались за предлагаемый городскими властями пакет ограничений. Во втором округе из 100 опрошенных за ограничения высказались 40 человек.

(а) (15 баллов) Постройте приближённый 95%-ный доверительный интервал для разности пропорций

$$p_1 - p_2$$

жителей первого и второго округов, выступающих за ограничения.

(б) (5 баллов) Протестируйте на 5%-ном уровне нулевую гипотезу

$$H_0 : p_1 = p_2$$

против двусторонней альтернативы

$$H_a : p_1 \neq p_2.$$

ЗАДАЧА 3

15 баллов

На рейсах «Аэрофлота» пассажирам во время обеда на выбор предлагают мясное или рыбное блюдо.

Многолетние наблюдения показывают, что 70% пассажиров предпочитают мясное блюдо, а остальные 30% — рыбное. Самолёт вмещает 250 пассажиров.

Оцените, какое минимальное количество мясных и рыбных блюд нужно взять на борт, чтобы с вероятностью не менее 0.95 все пассажиры получили блюдо по вкусу.

Замечания:

1. Ответ вида «достаточно взять по 250 мясных и рыбных блюд» не считается правильным. Нужно обеспечить разумную минимальность количества блюд.
2. Строго доказывать минимальность полученных величин не требуется. Достаточно привести разумные рассуждения.

Часть 2 — 70 минут

ЗАДАЧА 4

20 баллов

Генеральная совокупность имеет нормальное распределение

$$X \sim N(m, \sigma^2),$$

причём среднее m известно.

Сравните эффективность двух оценок дисперсии σ^2 :

$$S_1 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

и

$$S_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - m)^2.$$

ЗАДАЧА 5

20 баллов

Случайные величины X_1 и X_2 независимы и имеют показательные распределения со средними

$$m_1 = 2, \quad m_2 = 3.$$

Найдите вероятность

$$P(X_2 < X_1).$$